7. Résolution de systèmes d'équations

7.1 Résoudre un système d'équations linéaires Chercher toutes les solutions	Résoudre le système d'équations linéaires $\begin{vmatrix} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{vmatrix}$ selon x et y: **1ère méthode:** résol(x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0, {x,y}) [ENTER] → x=–2 and y= $\frac{3}{2\cdot a}$ **2ème méthode:** Toutes les équations doivent être transformées de sorte à avoir 0 pour membre de droite: $\begin{vmatrix} x+2ay-1=0 \\ 3x+4ay=0 \end{vmatrix}$ zéros({x+2*a*y–1, 3*x+4*a*y}, {x, y}) [ENTER] → $\begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2\cdot a} \end{bmatrix}$ Interprétation: x=–2, y= $\frac{3}{2\cdot a}$
Cas particuliers: ...sans solution	Résoudre le système d'équations $\begin{vmatrix} x+y=4 \\ 2x+2y=9 \end{vmatrix}$: **1ère méthode:** résol(x+y=4 and 2*x+2*y=9, {x, y}) [ENTER] → faux Le système d'équations n'a pas de solution. **2ème méthode:** zéros({x+y–4, 2*x+2*y–9}, {x, y}) [ENTER] → { } Le système d'équations n'a pas de solution.
... avec un nombre infini de solutions	Résoudre le système d'équations $\begin{vmatrix} x+y=4 \\ 2x+2y=8 \end{vmatrix}$: **1ère méthode:** résol(x+y=4 and 2*x+2*y=8, {x, y}) [ENTER] → x=–(@1–4) and y=@1 Un nombre quelconque *réel* peut être substitué à @1, @2 etc. Ainsi, dans l'exemple, y est quelconque et x = –(y–4). **2ème méthode:** zéros({x+y–4, 2*x+2*y–8}, {x, y}) [ENTER] → [–(@1–4) @1] Interprétation: x=–(y–4) et y=quelconque
7.2 Résoudre un système d'équations non linéaires Chercher toutes les solutions	Résoudre le système d'équations non linéaires $\begin{vmatrix} 3b^2x^2 = 4a^2by \\ \frac{bx}{2} = \frac{ay}{3} \end{vmatrix}$

selon x et y:

1ère méthode:

résol (3*b^2*x^2=4*a^2*b*y and b*x/2=a*y/3, {x, y}) [ENTER] → x=2·a and y=3·b or x=@1 and y=0 and b=0 or x=@3 and y=@2 and a=0 and b=0 or x=0 and y=0

Interprétation ("or" sépare deux solutions):

$x_1=2a$, $y_1=3b$

si b=0: x_2 est quelconque, $y_2=0$

si a=b=0: x_3 est quelconque, y_3 est quelconque

$x_4=0$, $y_4=0$

2ème méthode:

zéros({3*b^2*x^2–4*a^2*b*y, b*x/2–a*y/3}, {x, y}) [ENTER] →

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \text{when}(a=0 \text{ and } b=0, @6) & \text{when}(a=0 \text{ and } b=0, @5) \\ \text{when}(b=0, @4) & \text{when}(b=0, 0) \\ 2\cdot a & 3\cdot b \end{bmatrix}$$

Interprétation: chaque ligne fournit une solution.

$x_1=0$, $y_1=0$ (ligne 1)

si a=b=0: x_2 est quelconque, y_2 est quelconque (ligne 2)

si b=0: x_3 est quelconque, $y_3=0$ (ligne 3)

$x_4=2a$, $y_4=3b$ (ligne 4)

Cas particuliers

Là aussi, vrai, faux et des résultats avec @1, @2 etc. peuvent se produire. Un nombre quelconque *réel* peut être substitué à @1, @2 etc.

7.3 Vérifier les solutions

Les deux couples de nombres $x=-2$, $y=\frac{3}{2a}$ et $x=-1$, $y=\frac{3}{2a}$ satisfont-ils au système d'équations

$$\left| \begin{array}{r} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{array} \right| ?$$

x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0| x=–2 and y=3/(2*a) [ENTER] → vrai

REMARQUE: poss. domaine plus grand

Les termes en question satisfont au système d'équations.

x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0| x=–1 and y=3/(2*a) [ENTER] → faux

REMARQUE: poss. domaine plus grand

Les termes en question ne satisfont pas au système d'équations.

7.4 Interrompre la recherche de solution

Interrompre la recherche de solutions ou tout autre processus gourmand en temps:

	→ 6.3
7.5 Résoudre un système d'équations pas à pas	Résoudre pas à pas le système d'équations $\begin{vmatrix} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{vmatrix}$ en suivant la méthode d'addition et la méthode de substitution: **Méthode d'addition:** x+2*a*y=1 [STO▸] ligne1 [ENTER] → $x+2\cdot a\cdot y=1$ 3*x+4*a*y=0 [STO▸] ligne2 [ENTER] → $3\cdot x+4\cdot a\cdot y=0$ ligne2–3*ligne1 [ENTER] → $-2\cdot a\cdot y=-3$ ans(1)/(–2*a) [ENTER] → $y=\frac{3}{2\cdot a}$ REMARQUE: poss. domaine plus grand ligne2–2*ligne1 [ENTER] → $x=-2$ **Méthode de substitution:** x+2*a*y=1 [STO▸] ligne1 [ENTER] → $x+2\cdot a\cdot y=1$ 3*x+4*a*y=0 [STO▸] ligne2[ENTER] → $3\cdot x+4\cdot a\cdot y=0$ résol(ligne1, x) [ENTER] → $x=1-2\cdot a\cdot y$ ligne2| ans(1) [ENTER] → $3-2\cdot a\cdot y=0$ résol(ans(1), y) [ENTER] → $y=\frac{3}{2\cdot a}$ ans(3) | ans(1) [ENTER] → $x=-2$ REMARQUE: poss. domaine plus grand