ETH ***EIDGENÖSSISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE ZÜRICH***

Analysis

mit dem Computer-Algebra-System des TI-92

Anhang 2:
Gedanken zum Lehrplan

Beat Eicke und Edmund Holzherr
11. November 1997

Eidgenössische Technische Hochschule
CH – 8092 Zürich

Wieviel ALGEBRA braucht es noch ?

Wir gehen von folgenden Annahmen aus :

- Das Computer-Algebra-System CAS ist jederzeit verfügbar.
- Im wesentlichen werden die bisherigen Aufgabensammlungen eingesetzt.
- Die aufgeführten Kapitel werden auch tatsächlich behandelt

Was die SchülerInnen nach wie vor wissen müssen...	Was die SchülerInnen weniger brauchen...
... weil es zu den mathematischen Grundlagen gehört, das CAS keine Hilfe ist oder weil es für den Einsatz des CAS nötig ist.	... weil das CAS es besser und schneller erledigen kann.

Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler können / kennen.....

- die elementaren Funktionen.
- die Graphen der *elementaren* Funktionen skizzieren und die charakteristischen Eigenschaften erkennen.
- das asymptotische Verhalten einer Funktion bestimmen.
- die Umkehrfunktion (Umkehrrelation) bestimmen.
- abklären, ob ein Punkt auf einem Graphen liegt.
- *einen Graphen im Koordinatensystem verschieben und spiegeln (Geradenspiegelung , Punktspiegelung), strecken und stauchen.*
- *die Funktionsgleichung y=f(x) bei vorgegebenem Ansatz für f (x) so bestimmen, dass f die verlangten Bedingungen erfüllt.*

Skizzieren der Graphen von *beliebigen* Funktionen.

Spezielle Funktionen

Polynomfunktionen

- die Methode des Koeffizientenvergleichs bei Polynomen.
- den Scheitelpunkt einer quadratischen Parabel berechnen und abklären, ob ein Maximum oder ein Minimum vorliegt (Quadratische Ergänzung).

Bestimmung der Nullstellen eines Polynoms durch Faktorisieren.

Trigonometrische Funktionen

- das Grad - und Bogenmass.
- die Winkelmasse manuell umrechnen .
- die Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen - Winkel im Einheitskreis.
- *mit den Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen Sätze herleiten oder beweisen.*
- *die Lösungsmenge von goniometrischen Gleichungen bestimmen.*

Gebrochen rationale Funktionen

- *die Lücken und Pole bestimmen und die Asymptoten berechnen.*

Algebra

Die Schülerinnen und Schüler können / kennen .....

- einfache Terme manuell auf eine bestimmte Gestalt bringen - umformen.
- einfache Gleichungen (von allen Gleichungstypen) lösen.
- einfache Systeme bis 3 Unbekannte lösen.
- Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme (Substitution und Gauss-Algorithmus).
- die Äquivalenzumformungen und nicht äquivalente Umformungen.
- die Äquivalenz von Termen (z.B. $\frac{1}{2} \cdot \ln x = \ln \sqrt{x}$) erkennen.
- die Bedeutung der Approximation von Lösungen.
- die Lösungsmenge bei einfachen Gleichungen und Gleichungssystemen untersuchen.
- die Lösungsmenge einfacher Ungleichungen bestimmen.
- ein einfaches Systems von Ungleichungen lösen.
- Textaufgaben / angewandte Probleme in die mathematische Sprache übersetzen.
- *Fallunterscheidungen bei einfachen Systemen mit Parametern treffen*.

Schwierige Terme faktorisieren.
Doppelbruchakrobatik beherrschen.
Schwierige Bruchgleichungen lösen.
Polynomdivisionen durchführen.
Fertigkeit beim Lösen von Gleichungssystemen.

Spezielle Themen der Algebra

Quadratische Gleichungen

- die Lösungsformel.
- die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung untersuchen.
- mit Wurzeltermen und Wurzelgleichungen umgehen.
- einfache quadratische Ungleichungen lösen.
- *einfache quadratische Gleichungssysteme lösen*.

quadratische Ergänzungen durchführen.

Lösungsfertigkeit für quadratische Gleichungen.

Potenzen und Logarithmen

- die Potenzschreibweise
- die Potenzgesetze auch für negative und rationale Exponenten.
- Wurzeln mit rationalen Exponenten schreiben.
- Potenzen von einer Form in eine andere umwandeln.

  $5 \cdot 5^{1/3} \rightarrow 5^{4/3}$ $\quad \frac{\sqrt{10}}{10} \rightarrow 10^{-1/2}$ $\quad \frac{1}{a^{11/12}} \rightarrow a^{-11/12}$ $\quad 4096 \rightarrow 2^{12}$

- einfache Exponentialgleichungen lösen.

Potenzrechnenakrobatik.
Logarithmengesetze.
Fertigkeit bei den Logarithmusgesetzen.

Folgen und Reihen

- die wichtigsten Folgen und Reihen und ihre Eigenschaften.
- die Darstellungsarten von Folgen: explizite und rekursive Form.
- die Gesetzmässigkeiten von Folgen erkennen (vorerst ohne Beweise).
- *die Eigenschaft des Fixpunktes ($x_{n+1}=x_n$).*
- den Begriff des Grenzwertes einer Folge.
- den Grenzwert bei einfachen Folgen bestimmen.

Vollständige Induktion

- die Deduktion und Induktion
- die Grundidee der vollständigen Induktion .
- einfache Induktionsbeweise manuell durchführen.

Viele Induktionsbeweise schafft das CAS problemlos.

Komplexe Zahlen

- die Zahlemengen: natürliche Zahlen, rationale Zahlen, reelle Zahlen, komplexe Zahlen
- die Darstellungen der komplexer Zahlen (Rechtwinklige- und Polarkoordinaten).
- die komplexen Zahlen umformen.
- die komplexen Zahlen in der komplexen Ebene darstellen.
- elementare Rechnungen mit komplexen Zahlen durchführen.

Vektoralgebra - Vektorgeometrie

Die Schülerinnen und Schüler können / kennen .....

- einfache räumliche Probleme in einem Schrägbild darstellen.
- den Begriff des Vektors.
- die Vektoroperationen Addition/Subtraktion, Vervielfachung, Skalarprodukt und können sie bei Problemen anwenden.
- *die Matrix und ihre Operationen (Gleichungssysteme)*
- Die Geradengleichung in IR^2 und IR^3 bestimmen und interpretieren.
- die Berechnung des Schnittwinkel zweier Geraden in IR^2 und IR^3 .
- die Kreisgleichung in IR^2 in allgemeiner Lage aufstellen und interpretieren.

Der überwiegende Teil der traditionellen Aufgaben in der Vektorgeometrie kann mit dem CAS mechanisch erledigt werden.

Differentialrechnung

Die Schülerinnen und Schüler können / kennen .....

- bei konkreten mathematischen und physikalischen und ... Aufgabenstellungen via die mittlere Änderungsrate (Differenzenquotient) auf einem Intervall d ie lokale Änderungsrate an einer Stelle (Differentialquotient) bestimmen.
- den Ableitungsbegriff und einige Interpretationen.
- die Ableitung einfacher elementare Funktionen herleiten.
- die Ableitungen der elementaren Funktionen.
- die Ableitungsfunktion skizzieren.
- die Eigenschaften von Kurven: Definitionsbereich-Monotonie-Extrema-Krümmung.
- den Begriff des Schnittwinkels zweier Kurven.
- das Rezept zur Lösung von Extremalaufgaben, wie man zur Nebenbedingung kommt (Strahlensätze, Pythagorassatz usw.).
- den physikalischen Zusammenhang zwischen s(t), v(t) und a(t).
- *Pole und Definitionslücken bestimmen.*
- *Interpolationsaufgaben mit den Ableitungen lösen.*
- *implizit differenzieren*.
- *den Konvergenzbereich einer Potenzreihe bestimmen.*

Nur exemplarische einige Ableitungen herleiten.
Nur exemplarische einige Ableitungen mit der Eigenschaft der Linearität bestimmen.
Auf die Produkt- , Quotienten- und Kettenregel könnte man an und für sich verzichten. Man darf aber dann keine grosse manuelle Fertigkeit bei der Bestimmung von Stammfunktionen erwarten.
Kurvendiskussion: Ein einfaches Programm schafft es auch.

Integralrechnung

Die Schülerinnen und Schüler können / kennen .....

- bei konkreten mathematischen und physikalischen und ..... Aufgabenstellungen via Obersumme / Untersumme / Riemannsche Summe das bstimmte Integral konstruieren.
- den Integralbegriff und einige Interpretationen.
- einfache elementare Integrale herleiten.
- die Stammfunktionen der elementaren Funktionen.
- den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und können ihn begründen.
- die Fläche zwischen zwei Graphen berechnen.
- das Integral bei Anwendungen einsetzen.
- *die Bedeutung der numerischen Integration (Rechner).*
- *die partielle Integration zum Herleiten von Rekursionsformeln; sonst scheinen Integrationsmethoden völlig überflüssig zu sein*.

Integrationsmethoden.