

## 25. Grundoperationen mit Vektoren

In Schulbüchern werden Vektoren üblicherweise als Spaltenvektoren dargestellt. Darum werden in den Kapiteln 25–30 Beispiele fast ausschliesslich mit Spaltenvektoren gerechnet, obwohl die Befehle sowohl für Zeilen- als auch für Spaltenvektoren funktionieren.

### 25.1 Einen Vektor eingeben und speichern Spaltenvektor


Eingabe des Strichpunktes

Speichere den Vektor  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ :

#### 1. Weg:

spaltenv:=[2; 3; -6]   $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

Der Strichpunkt ; wird wie folgt eingegeben:

 Mehrmaliges Drücken von , dann .

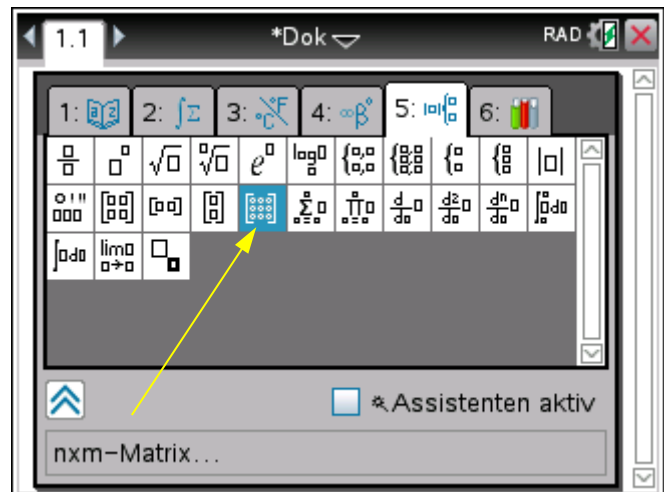
 Durch Eingabe von ; auf der Tastatur.

#### 2. Weg:

  5

  Mathematische Vorlagen

und die Vorlage für eine  $n \times m$ -Matrix mit dem Pfeil-cursor bzw. dem Mauszeiger doppelt anklicken







und ausfüllen:

Zeilenanzahl 3


Spaltenanzahl 1

OK

2  3  -6   $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

<p>Zeilenvektor</p>		<p> Für Spaltenvektoren mit nur zwei Komponenten steht eine eigene Vorlage zur Verfügung. Sie steht unmittelbar links von der Vorlage für eine nxm-Matrix.</p> <p>Speichere den Vektor [2, 3, -6]:  <code>zeilenv := [2, 3, -6] <input type="button" value="Enter"/> → [2 3 -6]</code></p> <p> Beim Spaltenvektor steht zwischen den Komponenten des Vektors ein Strichpunkt, beim Zeilenvektor ein Komma.</p>
<p><b>25.2 Einen Zeilenvektor in einen Spaltenvektor verwandeln und umgekehrt</b></p> <p>Das Zeichen <sup>T</sup></p>		<p>Verwandle den Vektor <code>zeilenv</code> aus 25.1 in einen Spaltenvektor und den Vektor <code>spaltenv</code> in einen Zeilenvektor:</p> <p> <code>zeilenv <input type="button" value="menu"/> 7 2 <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}</math></code></p> <p><code>spaltenv <input type="button" value="menu"/> 7 2 <input type="button" value="Enter"/> → [2 3 -6]</code></p> <p> <code>zeilenv @t <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}</math></code></p> <p><code>spaltenv @t <input type="button" value="Enter"/> → [2 3 -6]</code></p> <p>Das Zeichen <sup>T</sup> wird mit <input type="button" value="menu"/> 7 2 oder @t erzeugt.</p>
<p><b>25.3 Komponenten eines Vektors ansprechen</b>  ... eines Spaltenvektors</p> <p>... eines Zeilenvektors</p>		<p>Welches ist die dritte Komponente des Vektors <code>spaltenv</code> aus 25.1?  <code>spaltenv[3, 1] <input type="button" value="Enter"/> → -6</code>  Der Zusatz [3, 1] bedeutet: 3. Zeile, 1. Spalte</p> <p>Welches ist die dritte Komponente des Vektors <code>zeilenv</code> aus 25.1?  <code>zeilenv[1, 3] <input type="button" value="Enter"/> → -6</code>  Der Zusatz [1, 3] bedeutet: 1. Zeile, 3. Spalte</p>
<p><b>25.4 Grundoperationen mit Vektoren</b></p> <p>Summe</p> <p>Differenz</p>		<p>Addiere die beiden Vektoren <math>\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}</math> und <math>\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}</math>:</p> <p><code>[0; 6; -1]+[3; -6; 5] <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}</math></code></p> <p>Subtrahiere von <math>\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}</math> den Vektor <math>\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}</math>:</p> <p><code>[0; 6; -1]-[3; -6; 5] <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} -3 \\ 12 \\ -6 \end{bmatrix}</math></code></p>



		<p> Der Befehl ./ führt eine komponentenweise Division durch.</p>
<p><b>25.9 Einen Vektor zerlegen</b></p>	<p>3 1</p> <p>3 1</p>	<p>Zerlege den Vektor <math>\vec{d} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}</math> nach den Vektoren <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}</math>, <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}</math>:</p> <p><b>1. Weg:</b> Mit direkter Eingabe der Vektoren  <code>solve(x*[4; 0; 2] + y*[-1; 2; 1] + z*[7; 6; 5] = [-6; 0; 0], {x, y, z})</code> <input type="button" value="Enter"/> → x=1 and y=3 and z=-1</p> <p>Interpretation: <math>\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}</math>.</p> <p><b>2. Weg:</b> Mit vorheriger Speicherung der Vektoren</p> <p><code>d:=[-6; 0; 0]</code> <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}</math></p> <p><code>a:=[4; 0; 2]</code> <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}</math></p> <p><code>b:=[-1; 2; 1]</code> <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}</math></p> <p><code>c:=[7; 6; 5]</code> <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}</math></p> <p><code>solve(x*a+y*b+z*c=d, {x, y, z})</code> <input type="button" value="Enter"/> → x=1 and y=3 and z=-1</p> <p>Interpretation: <math>\vec{d} = 1 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{b} + (-1) \cdot \vec{c}</math>.</p>
<p><b>25.10 Abklären, ob Vektoren linear unabhängig sind oder nicht</b></p>	<p>3 1</p>	<p>Sind die Vektoren <math>\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}</math>, <math>\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}</math> linear unabhängig?</p> <p>Dazu zerlegt man den Nullvektor <math>\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}</math> nach <math>\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}</math>, <math>\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}</math>. Gemäss 25.9 findet man:</p>

	3 1	<p>solve(x*[4; 0; 2] + y*[-1; 2; 1] + z*[7; 6; 5] = [0; 0; 0], {x, y, z}) <input type="button" value="Enter"/> → x=0 and y=0 and z=0. Weil x=y=z=0 die <i>einzig</i>e Lösung dieses Gleichungssystems ist, sind die drei Vektoren linear unabhängig.</p> <p>Sind die Vektoren <math>\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}</math>, <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}</math> linear abhängig oder linear unabhängig?</p> <p>Dazu zerlegt man den Nullvektor <math>\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}</math> nach <math>\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}</math>, <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}</math>. Gemäss 25.9 findet man:</p>
	3 1	<p>solve(x*[4; 0; 2] + y*[1; 2; 1] + z*[7; 6; 5] = [0; 0; 0], {x, y, z}) <input type="button" value="Enter"/> → x= <b>-c1</b> and y= <b>-3· c1</b> and z= <b>c1</b></p> <p>Wie man am Symbol <b>c1</b> erkennt, hat dieses Gleichungssystem <i>unendlich viele</i> Lösungen. Deshalb sind die Vektoren linear abhängig.</p> <p>Man erhält die möglichen Zerlegungen, indem man für <b>c1</b> eine beliebige reelle Zahl einsetzt; für <b>c1</b>=1 erhält man beispielsweise</p> $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}.$


## 26. Geradengleichung mit Vektoren

<p><b>26.1 Eine Geradengleichung eingeben und speichern</b> In Parameterform</p> <p style="text-align: right; margin-top: 100px;">Als Koordinatengleichung (nur für Geraden in der xy-Ebene)</p>		<p>Speichere die Gleichung der Geraden</p> $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} :$ <p><math>r0 := [6; 3; 2]</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}</math></p> <p><math>a := [3; -2; 2]</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}</math></p> <p><math>g(t) := r0 + t * a</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p>In vielen Fällen reicht auch die Kurzfassung:  <math>g(t) := [6; 3; 2] + t * [3; -2; 2]</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p style="background-color: #e0f7fa; padding: 2px;">Speichere die Gleichung der Geraden h: <math>2x + 3y = 6</math>:</p> <p><math>h(x, y) := 2 * x + 3 * y = 6</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p>
<p><b>26.2 Nur in der xy-Ebene: Umrechnung Parameterform <math>\leftrightarrow</math> Koordinatengleichung</b> Parameterform <math>\rightarrow</math> Koordinatengleichung</p> <p style="text-align: right; margin-top: 100px;">Koordinatengleichung <math>\rightarrow</math> Parameterform</p>	<p><input type="button" value="menu"/> <input type="button" value="✖"/></p> <p>3 1</p> <p>3 1</p> <p>3 D 1</p> <p>3 D 2</p> <p>3 4</p>	<p>Welches ist die Koordinatengleichung der Geraden</p> $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} ?$ <p><math>g(t) := [2; -2] + t * [1; 2]</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p><math>\text{solve}(g(t) = [x; y], \{t, y\})</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow t = x - 2</math> and <math>y = 2 \cdot (x - 3)</math></p> <p>Die Geradengleichung ist <math>y = 2 \cdot (x - 3)</math> bzw. <math>y = 2x - 6</math>.</p> <p style="background-color: #e0f7fa; padding: 2px;">Welches ist die Koordinatengleichung der Geraden</p> $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} ?$ <p><math>g(t) := [2; -2] + t * [0; 3]</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p><math>\text{solve}(g(t) = [x; y], \{t, y\})</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow t = \frac{c1 + 2}{3}</math> and <math>x = 2</math> and <math>y = c1</math></p> <p>Die Geradengleichung ist <math>x = 2</math>. Diese Gerade verläuft parallel zur y-Achse.</p> <p style="background-color: #e0f7fa; padding: 2px;">Wie lautet eine Parameterform der Geraden g mit der Koordinatengleichung <math>2x - 3y = 1</math>?</p> <p><math>g(x, y) := 2 * x - 3 * y = 1</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p><math>\text{left}(g(x, y) - \text{right}(g(x, y)))</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow 2 \cdot x - 3 \cdot y - 1</math></p> <p><math>\text{res} := \text{zeros}(\text{ans}, \{x, y\})</math> <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow \left[ \frac{3 \cdot c1 + 1}{2} \quad c1 \right]</math></p>

<p>Das Zeichen <math>\top</math></p>	<p>3 3 7 2</p>	<p>res:=expand(res<math>\top</math>) <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{3 \cdot c1}{2} + 1/2 \\ c1 \end{bmatrix}</math></p> <p>Wenn man <math>c1</math> als Parameter t auffasst, kann man die Geradengleichung nun unmittelbar ablesen:</p> $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$ <p>Eine weitere Möglichkeit:</p> <p>r0:=res   @c1=0 <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow \begin{bmatrix} 1/2 \\ 0 \end{bmatrix}</math></p> <p>a:=(res   @c1=1)-r0 <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}</math></p> <p>h(t):=r0+t*a <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p>Das Zeichen <math>\top</math> wird mit <input type="button" value="menu"/> 7 2 oder @t erzeugt.</p>
<p><b>26.3 Inzidenzprobe: Liegt ein Punkt P auf einer Geraden g?</b> g liegt in Parameterform vor</p> <p>g liegt in der Koordinatengleichung vor</p>	<p><input type="button" value="menu"/> ✖</p> <p>3 1</p>	<p>Liegt der Punkt P(3, -6, 2) auf der Geraden</p> $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} ?$ <p>g(t):=[-1; 0; -1]+t*[2; -3; 1] <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p>p:=[3; -6; 2] <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{bmatrix}</math></p> <p>solve(g(t)=p, t) <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> false</p> <p>Weil diese Gleichung keine Lösung t hat, liegt P nicht auf g.</p> <p>Liegt der Punkt P(2, 6) auf der Geraden</p> <p>g: 4x-3y=5?</p> <p>g(x, y):=4*x-3*y=5 <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p>g(2, 6) <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> false, d. h., P liegt nicht auf g.</p>
<p><b>26.4 Nur in der xy-Ebene: Achsenabschnitte berechnen</b> g liegt in Parameterform vor</p> <p>g liegt in der Koordinatengleichung vor</p>	<p><input type="button" value="menu"/> ✖</p> <p>3 1</p> <p>3 1</p> <p>3 1</p> <p>3 1</p>	<p>Welches sind die beiden Achsenabschnitte X(x, 0) und Y(0, y) der Geraden g: <math>\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}</math>?</p> <p>g(t):=[2; -2]+t*[1; 2] <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p>solve(g(t)=[x; 0], {t, x}) <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> t=1 and x=3, d. h. X(3, 0)</p> <p>solve(g(t)=[0; y], {t, y}) <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> t=-2 and y=-6, d. h. Y(0, -6)</p> <p>Welches sind die Achsenabschnitte der Geraden g: 2x-3y=12?</p> <p>g(x, y):=2*x-3*y=12 <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> Fertig</p> <p>solve(g(0, y), y) <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> y=-4, d. h. Y(0, -4)</p> <p>solve(g(x, 0), x) <input type="button" value="Enter"/> <math>\rightarrow</math> x=6, d. h. X(6, 0)</p>

<p><b>26.5 Nur im Raum: Spurpunkte berechnen</b></p>	<p>3 1</p>	<p>Welches ist der erste Spurpunkt <math>S_1(x, y, 0)</math> der Geraden <math>g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}</math>?</p> <p><math>g(t) := [6; 3; 2] + t * [3; -2; 2]</math> <input type="button" value="Enter"/> → Fertig  <math>\text{solve}(g(t) = [x; y; 0], \{t, x, y\})</math> <input type="button" value="Enter"/> → <math>t = -1</math> and <math>x = 3</math> and <math>y = 5</math>            Interpretation: <math>S_1(3, 5, 0)</math></p>
<p><b>26.6 Schnittpunkt zweier Geraden</b> ... in Parameterform</p> <p>... in Koordinatengleichung</p>	<p><input type="button" value="menu"/> ✖</p> <p>3 1</p> <p>3 1</p> <p>3 1</p> <p>3 1</p>	<p>Gegeben sind die folgenden vier Geraden:</p> <p><math>g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix},</math>  <math>i: \vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, j: \vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + w \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.</math></p> <p>Wo schneiden sich            a) <math>g</math> und <math>h</math>? b) <math>g</math> und <math>i</math>? c) <math>g</math> und <math>j</math>?</p> <p>Vorbereitung für a), b) und c):  <math>g(t) := [0; 1; 2] + t * [3; -2; 1]</math> <input type="button" value="Enter"/> → Fertig  <math>h(u) := [7; 5; 4] + u * [1; -3; 0]</math> <input type="button" value="Enter"/> → Fertig  <math>i(v) := [8; -2; 5] + v * [1; -3; 0]</math> <input type="button" value="Enter"/> → Fertig  <math>j(w) := [6; -3; 4] + w * [-6; 4; -2]</math> <input type="button" value="Enter"/> → Fertig</p> <p>a) <math>\text{solve}(g(t) = h(u), \{t, u\})</math> <input type="button" value="Enter"/> → false            d. h., die Geraden schneiden sich nicht.            Gemäss 25.8 kann man bei Bedarf untersuchen, ob die Geraden <math>g</math> und <math>h</math> parallel oder windschief sind.</p> <p>b) <math>\text{solve}(g(t) = i(v), \{t, v\})</math> <input type="button" value="Enter"/> → <math>t = 3</math> and <math>v = 1</math>  <math>g(3)</math> <input type="button" value="Enter"/> → <math>\begin{bmatrix} 9 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}</math>            d. h., <math>g</math> und <math>i</math> schneiden sich in <math>S(9, -5, 5)</math>.</p> <p>c) <math>\text{solve}(g(t) = j(w), \{t, w\})</math> <input type="button" value="Enter"/> →  <math>t = -2 \cdot (c1 - 1)</math> and <math>w = c1</math>            Die Geraden <math>g</math> und <math>j</math> haben unendlich viele gemeinsame Punkte und fallen daher zusammen.</p> <p>Wo schneiden sich die beiden Geraden <math>g: 2x + 3y = 1</math> und <math>h: y = x - 3</math>?</p> <p><math>g(x, y) := 2 * x + 3 * y = 1</math> <input type="button" value="Enter"/> → Fertig  <math>h(x, y) := y = x - 3</math> <input type="button" value="Enter"/> → Fertig  <math>\text{solve}(g(x, y) \text{ and } h(x, y), \{x, y\})</math> <input type="button" value="Enter"/> → <math>x = 2</math> and <math>y = -1</math>,            d. h., der Schnittpunkt ist <math>S(2, -1)</math>.            Das Ergebnis <i>false</i> würde bedeuten, dass die Geraden parallel sind.</p>



<p><b>26.7 Von einem Punkt einer Geraden aus eine Strecke auf der Geraden abtragen</b></p>	<p>menu </p> <p>7 C 1</p> <p>7 C 1</p>	<p>Der Punkt <math>P(6, 3, 2)</math> liegt auf der Geraden <math>g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}</math>. Welche Punkte auf <math>g</math> haben von <math>P</math> den Abstand <math>\sqrt{68}</math> ?</p> <p><math>[6; 3; 2] + \text{root}(68) * \text{unitv}([3; -2; 2])</math> <input type="text" value="Enter"/> →</p> $\begin{bmatrix} 12 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}$ <p><math>[6; 3; 2] - \text{root}(68) * \text{unitv}([3; -2; 2])</math> <input type="text" value="Enter"/> →</p> $\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ <p>Die beiden Punkte sind <math>P_1(12, -1, 6)</math> und <math>P_2(0, 7, -2)</math>.</p>
--	---	--