



7. Lösen von Gleichungssystemen

7.1 Ein lineares Gleichungssystem lösen Alle Lösungen suchen	<input type="text" value="menu"/> ✖	<p>Löse das lineare Gleichungssystem</p> $\begin{cases} x + 2ay = 1 \\ 3x + 4ay = 0 \end{cases}$ <p>nach x und y auf:</p> <p>1. Weg:</p> <pre>solve(x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0, {x,y})</pre> <p><input type="text" value="Enter"/> → $x=-2$ and $y=\frac{3}{2 \cdot a}$</p> <p>2. Weg: Dazu müssen alle Gleichungen so umgeformt werden, dass auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens 0 steht:</p> $\begin{cases} x + 2ay - 1 = 0 \\ 3x + 4ay = 0 \end{cases}$ <pre>zeros({x+2*a*y-1, 3*x+4*a*y}, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/></pre> <p>→ $\begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2 \cdot a} \end{bmatrix}$</p> <p>Interpretation: $x=-2, y=\frac{3}{2 \cdot a}$</p>
Spezialfälle: ... keine Lösungen	3 1	<p>Löse das Gleichungssystem</p> $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 9 \end{cases}$ <p>1. Weg:</p> <pre>solve(x+y=4 and 2*x+2*y=9, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/></pre> <p>→ false Das Gleichungssystem hat keine Lösung.</p> <p>2. Weg:</p> <pre>zeros({x+y-4, 2*x+2*y-9}, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/></pre> <p>→ $\{\}$ Das Gleichungssystem hat keine Lösung.</p>
... unendlich viele Lösungen	3 1	<p>Löse das Gleichungssystem</p> $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$ <p>1. Weg:</p> <pre>solve(x+y=4 and 2*x+2*y=8, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/></pre> <p>→ $x=-(c1-4)$ and $y=c1$ Anstelle von $c1, c2, c3, c4$ usw. kann eine beliebige <i>reelle</i> Zahl eingesetzt werden. Im Beispiel ist y also beliebig und $x=-(y-4)$.</p> <p>2. Weg:</p> <pre>zeros({x+y-4, 2*x+2*y-8}, {x, y}) <input type="text" value="Enter"/></pre> <p>→</p>
	3 4	<p><input type="text" value="zeros({x+y-4, 2*x+2*y-8}, {x, y})"/> <input type="text" value="Enter"/></p>

		<p>$[-(c1-4) \quad c1]$ Interpretation: $x=-(y-4)$ und $y=\text{beliebig}$</p>
<p>7.2 Ein nichtlineares Gleichungssystem lösen Alle Lösungen suchen</p> <p style="text-align: right;">Spezialfälle</p>	<p>menu ✂</p> <p>3 1</p> <p>3 4</p>	<p>Löse das nichtlineare Gleichungssystem</p> $\begin{cases} 3b^2x^2 = 4a^2by \\ \frac{bx}{2} = \frac{ay}{3} \end{cases}$ <p>nach x und y auf:</p> <p>1. Weg: <code>solve(3*b^2*x^2=4*a^2*b*y and b*x/2=a*y/3, {x, y})</code> <code>Enter</code> → $x=2 \cdot a$ and $y=3 \cdot b$ or $x=c1$ and $y=0$ and $b=0$ or $x=c3$ and $y=c2$ and $a=0$ and $b=0$ or $x=0$ and $y=0$ Interpretation („or“ trennt zwei Lösungen):</p> <ul style="list-style-type: none"> • $x_1=2a, y_1=3b$ • wenn $b=0$: x_2 ist beliebig, $y_2=0$ • wenn $a=b=0$: x_3 ist beliebig, y_3 ist beliebig • $x_4=0, y_4=0$ <p>2. Weg: <code>zeros({3*b^2*x^2-4*a^2*b*y, b*x/2-a*y/3}, {x, y})</code> <code>Enter</code> →</p> $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \{c6, a=0 \text{ and } b=0\} & \{c5, a=0 \text{ and } b=0\} \\ \{c4, b=0\} & \{0, b=0\} \\ 2 \cdot a & 3 \cdot b \end{bmatrix}$ <p>Interpretation: Jede Zeile gibt eine Lösung an.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $x_1=0, y_1=0$ (Zeile 1) • wenn $a=b=0$: x_2 ist beliebig, y_2 ist beliebig (Zeile 2) • wenn $b=0$: x_3 ist beliebig, $y_3=0$ (Zeile 3) • $x_4=2a, y_4=3b$ (Zeile 4) <p> Auch hier können als Lösungen true, false und Resultate mit c1, c2 usw. auftreten. Anstelle von c1 usw. kann eine beliebige <i>reelle</i> Zahl eingesetzt werden.</p>
<p>7.3 Die Lösungen kontrollieren</p>		<p>Erfüllen die Zahlenpaare $x=-2, y=\frac{3}{2a}$ und $x=-1, y=\frac{3}{2a}$ das Gleichungssystem</p> $\begin{cases} x + 2ay = 1 \\ 3x + 4ay = 0 \end{cases} ?$ <p><code>x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0 x=-2 and y=3/(2*a)</code> <code>Enter</code> → true</p>

		<p>⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe. Die fraglichen Terme erfüllen das Gleichungssystem. $x+2*a*y=1$ and $3*x+4*a*y=0$ $x=-1$ and $y=3/(2*a)$ <input type="text" value="Enter"/> → false</p> <p>⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe. Die fraglichen Terme erfüllen das Gleichungssystem nicht.</p>
7.4 Die Lösungssuche abbrechen		<p>Brich die Lösung einer Gleichung oder einen anderen zeitaufwendigen Vorgang ab: → 6.3</p>
7.5 Ein Gleichungssystem schrittweise lösen	<p><input type="text" value="menu"/> </p> <p>3 1</p> <p>3 1</p>	<p>Löse das Gleichungssystem</p> $\begin{cases} x + 2ay = 1 \\ 3x + 4ay = 0 \end{cases}$ <p>schrittweise</p> <p>a) nach dem Additionsverfahren b) nach dem Einsetzverfahren:</p> <p>a) Additionsverfahren: zeile1:=$x+2*a*y=1$ <input type="text" value="Enter"/> → $x+2\cdot a\cdot y=1$ zeile2:=$3*x+4*a*y=0$ <input type="text" value="Enter"/> → $3\cdot x+4\cdot a\cdot y=0$ zeile2-3*zeile1 <input type="text" value="Enter"/> → $-2\cdot a\cdot y=-3$ ans/(-2*a) <input type="text" value="Enter"/> → $y=\frac{3}{2\cdot a}$</p> <p>⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe. zeile2-2*zeile1 <input type="text" value="Enter"/> → $x=-2$</p> <p>b) Einsetzverfahren: zeile1:=$x+2*a*y=1$ <input type="text" value="Enter"/> → $x+2\cdot a\cdot y=1$ zeile2:=$3*x+4*a*y=0$ <input type="text" value="Enter"/> → $3\cdot x+4\cdot a\cdot y=0$ solve(zeile1, x) <input type="text" value="Enter"/> → $x=1-2\cdot a\cdot y$ zwires:=ans <input type="text" value="Enter"/> → $x=1-2\cdot a\cdot y$ zeile2 ans <input type="text" value="Enter"/> → $3-2\cdot a\cdot y=0$ solve(ans, y) <input type="text" value="Enter"/> → $y=\frac{3}{2\cdot a}$ zwires ans <input type="text" value="Enter"/> → $x=-2$</p> <p>⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe.</p>