7. Lösen von Gleichungssystemen

7.1 Ein lineares Gleichungssystem lösen Alle Lösungen suchen	menu	Löse das lineare Gleichungssystem $\left\vert \begin{matrix} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{matrix} \right\vert$ nach x und y auf: **1. Weg:**
	3 1	solve(x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0, {x,y}) Enter → x=–2 and y= $\frac{3}{2\cdot a}$
		2. Weg: Dazu müssen alle Gleichungen so umgeformt werden, dass auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens 0 steht: $\left\vert \begin{matrix} x+2ay-1=0 \\ 3x+4ay=0 \end{matrix} \right\vert$
	3 4	zeros({x+2*a*y–1, 3*x+4*a*y}, {x, y}) Enter → $\left[-2 \quad \frac{3}{2\cdot a} \right]$ Interpretation: x=–2, y= $\frac{3}{2\cdot a}$
Spezialfälle: ... keine Lösung		Löse das Gleichungssystem $\left\vert \begin{matrix} x+y=4 \\ 2x+2y=9 \end{matrix} \right\vert$: **1. Weg:**
	3 1	solve(x+y=4 and 2*x+2*y=9, {x, y}) Enter → false Das Gleichungssystem hat keine Lösung.
		2. Weg:
	3 4	zeros({x+y–4, 2*x+2*y–9}, {x, y}) Enter → {□} Das Gleichungssystem hat keine Lösung.
... unendlich viele Lösungen		Löse das Gleichungssystem $\left\vert \begin{matrix} x+y=4 \\ 2x+2y=8 \end{matrix} \right\vert$: **1. Weg:**
	3 1	solve(x+y=4 and 2*x+2*y=8, {x, y}) Enter → x=–(***c1***–4) and y=***c1*** Anstelle von ***c1***, ***c2***, ***c3***, ***c4*** usw. kann eine beliebige *reelle* Zahl eingesetzt werden. Im Beispiel ist y also beliebig und x=–(y–4).
		2. Weg:
	3 4	zeros({x+y–4, 2*x+2*y–8}, {x, y}) Enter →

		[–(***c1***–4) ***c1***] Interpretation: x=–(y–4) und y=beliebig
7.2 Ein nichtlineares Gleichungssystem lösen Alle Lösungen suchen	menu	Löse das nichtlineare Gleichungssystem $\left\lvert \begin{array}{c} 3b^2x^2 = 4a^2by \\ \frac{bx}{2} = \frac{ay}{3} \end{array} \right\rvert$ nach x und y auf:
	3 1	**1. Weg:** solve(3*b ^ 2▶*x ^ 2▶=4*a ^ 2▶*b*y and b*x/2=a*y/3, {x, y}) Enter → x=2·a and y=3·b or x=***c1*** and y=0 and b=0 or x=***c3*** and y=***c2*** and a=0 and b=0 or x=0 and y=0 Interpretation: „or" trennt zwei Lösungen. • $x_1=2a$, $y_1=3b$ • wenn b=0: x_2 ist beliebig, $y_2=0$ • wenn a=b=0: x_3 ist beliebig, y_3 ist beliebig • $x_4=0$, $y_4=0$
	3 4	**2. Weg:** zeros({3*b ^ 2▶*x ^ 2▶–4*a ^ 2▶*b*y, b*x/2–a*y/3}, {x, y}) Enter → $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \{\boldsymbol{c6}, a=0 \text{ and } b=0 & \{\boldsymbol{c5}, a=0 \text{ and } b=0 \\ \{\boldsymbol{c4}, b=0 & \{0, b=0 \\ 2\cdot a & 3\cdot b \end{bmatrix}$ Interpretation: Jede Zeile gibt eine Lösung an. • $x_1=0$, $y_1=0$ (Zeile 1) • wenn a=b=0: x_2 ist beliebig, y_2 ist beliebig (Zeile 2) • wenn b=0: x_3 ist beliebig, $y_3=0$ (Zeile 3) • $x_4=2a$, $y_4=3b$ (Zeile 4)
Spezialfälle		Auch hier können als Lösungen true, false und Resultate mit ***c1***, ***c2*** usw. auftreten. Anstelle von ***c1*** usw. kann eine beliebige *reelle* Zahl eingesetzt werden.
7.3 Die Lösungen kontrollieren		Erfüllen die Zahlenpaare x=–2, $y=\frac{3}{2a}$ und x=–1, $y=\frac{3}{2a}$ das Gleichungssystem $\left\lvert \begin{array}{c} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{array} \right\rvert$? x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0| x=–2 and y=3/(2*a) Enter → true

© Pythagoras Lehrmittel

		⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe. Die fraglichen Terme erfüllen das Gleichungssystem. x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0| x=–1 and y=3/(2*a) Enter → false ⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe. Die fraglichen Terme erfüllen das Gleichungssystem nicht.
7.4 Die Lösungssuche abbrechen		Brich die Lösung einer Gleichung oder einen anderen zeitaufwendigen Vorgang ab: → 6.3
7.5 Ein Gleichungssystem schrittweise lösen	menu 3 1 3 1	Löse das Gleichungssystem $\left\lvert \begin{array}{l} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{array} \right\rvert$ schrittweise a) nach dem Additionsverfahren b) nach dem Einsetzverfahren: a) Additionsverfahren: zeile1:=x+2*a*y=1 Enter → x+2·a·y=1 zeile2:=3*x+4*a*y=0 Enter → 3·x+4·a·y=0 zeile2–3*zeile1 Enter → –2·a·y=–3 ans/(–2*a) Enter → $y=\frac{3}{2\cdot a}$ ⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe. zeile2–2*zeile1 Enter → x=–2 b) Einsetzverfahren: zeile1:=x+2*a*y=1 Enter → x+2·a·y=1 zeile2:=3*x+4*a*y=0 Enter → 3·x+4·a·y=0 solve(zeile1, x) Enter → x=1–2·a·y zwires:=ans Enter → x=1–2·a·y zeile2 | ans Enter → 3–2·a·y=0 solve(ans, y) Enter → $y=\frac{3}{2\cdot a}$ zwires | ans Enter → x=–2 ⚠ Definitionsbereich des Ergebnisses kann größer sein als der der Eingabe.