7. Lösen von Gleichungssystemen

7.1	**Ein lineares Gleichungssystem lösen** Alle Lösungen suchen	Löse das lineare Gleichungssystem $\left\lvert\begin{array}{r} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{array}\right\rvert$ nach x und y auf: **1. Weg:** solve(x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0, {x,y}) ENTER → x=–2 and y=$\frac{3}{2\cdot a}$ **2. Weg:** Dazu müssen alle Gleichungen so umgeformt werden, dass auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens 0 steht: $\left\lvert\begin{array}{r} x+2ay-1=0 \\ 3x+4ay=0 \end{array}\right\rvert$ zeros({x+2*a*y–1, 3*x+4*a*y}, {x, y}) ENTER → $\begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2\cdot a} \end{bmatrix}$ Interpretation: x=–2, y=$\frac{3}{2\cdot a}$
	Spezialfälle: ...keine Lösung	Löse das Gleichungssystem $\left\lvert\begin{array}{r} x+y=4 \\ 2x+2y=9 \end{array}\right\rvert$: **1. Weg:** solve(x+y=4 and 2*x+2*y=9, {x, y}) ENTER → false Das Gleichungssystem hat keine Lösung. **2. Weg:** zeros({x+y–4, 2*x+2*y–9}, {x, y}) ENTER → { } Das Gleichungssystem hat keine Lösung.
	...unendlich viele Lösungen	Löse das Gleichungssystem $\left\lvert\begin{array}{r} x+y=4 \\ 2x+2y=8 \end{array}\right\rvert$: **1. Weg:** solve(x+y=4 and 2*x+2*y=8, {x, y}) ENTER → x=–(@1–4) and y=@1 Anstelle von @1, @2 etc. kann eine beliebige *reelle* Zahl eingesetzt werden. Im Beispiel ist y also beliebig und x = –(y–4). **2. Weg:** zeros({x+y–4, 2*x+2*y–8}, {x, y}) ENTER → [–(@1–4) @1] Interpretation: x=–(y–4) und y=beliebig
7.2	**Ein nichtlineares Gleichungssystem lösen** Alle Lösungen suchen	Löse das nichtlineare Gleichungssystem $\left\lvert\begin{array}{c} 3b^2x^2=4a^2by \\ \frac{bx}{2}=\frac{ay}{3} \end{array}\right\rvert$ nach x und y auf: **1. Weg:** solve(3*b^2*x^2=4*a^2*b*y and b*x/2=a*y/3,

	{x, y}) ENTER → x=2·a and y=3·b or x=@1 and y=0 and b=0 or x=@3 and y=@2 and a=0 and b=0 or x=0 and y=0 Interpretation ("or" trennt zwei Lösungen): x_1=2a, y_1=3b wenn b=0: x_2 ist beliebig, y_2=0 wenn a=b=0: x_3 ist beliebig, y_3 ist beliebig x_4=0, y_4=0 **2. Weg:** zeros({3*b^2*x^2–4*a^2*b*y, b*x/2–a*y/3}, {x, y}) ENTER → $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \text{when}(a=0 \text{ and } b=0, @6) & \text{when}(a=0 \text{ and } b=0, @5) \\ \text{when}(b=0, @4) & \text{when}(b=0, 0) \\ 2\cdot a & 3\cdot b \end{bmatrix}$ Interpretation: Jede Zeile gibt eine Lösung an. x_1=0, y_1=0 (Zeile 1) wenn a=b=0: x_2 ist beliebig, y_2 ist beliebig (Zeile 2) wenn b=0: x_3 ist beliebig, y_3=0 (Zeile 3) x_4=2a, y_4=3b (Zeile 4)
Spezialfälle	☝ Auch hier können als Lösungen true, false und Resultate mit @1, @2 etc. auftreten. Anstelle von @1 etc. kann eine beliebige *reelle* Zahl eingesetzt werden.
7.3 Die Lösungen kontrollieren	Erfüllen die Zahlenpaare x=–2, y=$\frac{3}{2a}$ und x=–1, y=$\frac{3}{2a}$ das Gleichungssystem $\left\lvert\begin{matrix} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{matrix}\right\rvert$? x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0| x=–2 and y=3/(2*a) ENTER → true Note: Domain of result may be larger Die fraglichen Terme erfüllen das Gleichungssystem. x+2*a*y=1 and 3*x+4*a*y=0| x=–1 and y=3/(2*a) ENTER → false Note: Domain of result may be larger Die fraglichen Terme erfüllen das Gleichungssystem nicht.
7.4 Die Lösungssuche abbrechen	Brich die Lösung einer Gleichung oder einen anderen zeitaufwendigen Vorgang ab: → 6.3
7.5 Ein Gleichungssystem schrittweise lösen	Löse das Gleichungssystem $\left\lvert\begin{matrix} x+2ay=1 \\ 3x+4ay=0 \end{matrix}\right\rvert$ schrittweise nach dem Additionsverfahren und nach dem Einsetzverfahren:

	Additionsverfahren: x+2*a*y=1 [STO▶] zeile1 [ENTER] → x+2·a·y=1 3*x+4*a*y=0 [STO▶] zeile2 [ENTER] → 3·x+4·a·y=0 zeile2–3*zeile1 [ENTER] → –2·a·y=–3 ans(1)/(–2*a) [ENTER] → $y=\frac{3}{2\cdot a}$ Note: Domain of result may be larger zeile2–2*zeile1 [ENTER] → x=–2 *Einsetzverfahren:* x+2*a*y=1 [STO▶] zeile1 [ENTER] → x+2·a·y=1 3*x+4*a*y=0 [STO▶] zeile2 [ENTER] → 3·x+4·a·y=0 solve(zeile1, x) [ENTER] → x=1–2·a·y zeile2 | ans(1) [ENTER] → 3–2·a·y=0 solve(ans(1), y) [ENTER] → $y=\frac{3}{2\cdot a}$ ans(3) | ans(1) [ENTER] → x=–2