

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	4
Zwei Buchreihen: Analysis A–C und Analysis 1–7	7
Die Kapitel aller Bände im Überblick	8
Vorwort	9
1. Rückblick auf die Bände <i>Analysis A</i> und <i>Analysis B</i>	11
1.1 Überblick	11
1.2 Zahlenmengen	11
1.3 Intervalle	13
1.4 Der Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	13
1.5 Stetige Funktionen.....	19
2. Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle	28
2.1 Überblick	28
2.2 Beispiel: Anfahrendes Auto.....	28
2.3 Beispiel: Studium eines Funktionsgraphen	31
2.4 Beispiel: Abkühlung von Kaffee.....	34
2.5 Definition der Ableitung einer Funktion an einer Stelle.....	37
2.6 Was bedeutet Differenzierbarkeit anschaulich?	39
2.7 Graphische Bestimmung der Ableitung $f'(x_0)$	41
2.8 Ergänzung: (Nicht) differenzierbare Funktionen in der Praxis	42
2.9 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS.....	44
2.10 Übungen.....	45
3. Die Ableitungsfunktion f' einer Funktion f	52
3.1 Überblick	52
3.2 Die Bestimmung der Ableitung beim Beispiel „Anfahrendes Auto“	52
3.3 Die Ableitung der Potenzfunktionen $f: x \mapsto x^n$	55
3.4 Die Ableitung der Wurzelfunktionen $f: x \mapsto x^{1/n}$	58
3.5 Die Ableitung der Logarithmenfunktion $f: x \mapsto \ln x$	60
3.6 Die Ableitung der Exponentialfunktion $f: x \mapsto e^x$	61
3.7 Die Ableitung der Sinusfunktion $f: x \mapsto \sin x$	62
3.8 Die Ableitung der Cosinusfunktion $f: x \mapsto \cos x$	64
3.9 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS.....	65
3.10 Übungen.....	66
4. Ableitungsregeln	71
4.1 Überblick	71
4.2 Die Summenregel und die Differenzregel.....	71
4.3 Die Regel vom konstanten Faktor (Konstantenregel)	74
4.4 Die Produktregel und die Quotientenregel.....	76
4.5 Die Kettenregel	79
4.6 Zusammenfassung: Die Ableitungsregeln im Überblick.....	85
4.7 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS.....	87
4.8 Übungen.....	87
5. Geometrische Anwendungen der Ableitung	94
5.1 Überblick	94

5.2 Die Tangente an den Graphen einer Funktion	94
5.3 Berechnung von gemeinsamen Punkten und Schnittwinkeln	96
5.4 Die Normale in einem Punkt des Graphen einer Funktion	100
5.5 Ergänzung: Berechnung einer Nullstelle einer Funktion f	100
5.6 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS	106
5.7 Übungen.....	107
6. Funktionsuntersuchungen mithilfe von Ableitungen.....	113
6.1 Überblick.....	113
6.2 Höhere Ableitungen	113
6.3 Untersuchung einer Funktion f mithilfe ihrer ersten Ableitung f'	115
6.4 Untersuchung einer Funktion f mithilfe ihrer zweiten Ableitung f''	117
6.5 Eigenschaften der Extremalstellen einer Funktion f	120
6.6 Eigenschaften der Wendestellen einer Funktion f	124
6.7 Kurvendiskussion bei ganzrationalen Funktionen.....	126
6.8 Ergänzung: Kurvendiskussion bei gebrochenrationalen Funktionen.....	129
6.9 Kurvendiskussion bei nichtrationalen Funktionen	132
6.10 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS	134
6.11 Übungen.....	136
7. Interpolation mithilfe von Ableitungen.....	140
7.1 Überblick.....	140
7.2 Beispiele	140
7.3 Eine Anwendung: Schienen- und Strassenbau I.....	144
7.4 Ergänzung: Schienen- und Strassenbau II	150
7.5 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS	152
7.6 Übungen.....	153
8. Extremalaufgaben.....	160
8.1 Überblick.....	160
8.2 Beispiele	160
8.3 Beispiele für optimale Lösungen im Alltag	166
8.4 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS	170
8.5 Übungen.....	171
9. Der Weg zum bestimmten Integral	180
9.1 Überblick.....	180
9.2 Beispiel: Die Berechnung eines Flächeninhalts.....	180
9.3 Verallgemeinerung: Die Berechnung eines Flächeninhalts	185
9.4 Definition des bestimmten Integrals	187
9.5 Beispiel: Bewegung eines Fahrzeugs	189
9.6 Beispiel: Mechanische Arbeit beim Heben eines Sacks.....	192
9.7 Beispiel: Sonnenstrahlung.....	194
9.8 Zusammenfassung der Beispiele	196
9.9 Integrationsgrenzen	198
9.10 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS	199
9.11 Übungen.....	200
10. Einfachere Berechnung von bestimmten Integralen	204
10.1 Überblick.....	204
10.2 Etwas Spekulation	204
10.3 Stammfunktionen und unbestimmtes Integral	205
10.4 Rechenregeln für unbestimmte Integrale	208
10.5 Übersicht über die wichtigsten Integrationsregeln.....	210
10.6 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	212
10.7 Eigenschaften des bestimmten Integrals.....	215
10.8 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS	218
10.9 Übungen.....	218

11. Einige Anwendungen des bestimmten Integrals.....	226
11.1 Überblick	226
11.2 Die Fläche zwischen dem Graphen einer Funktion und der x-Achse.....	226
11.3 Die Fläche zwischen den Graphen zweier Funktionen	229
11.4 Das Volumen eines Rotationskörpers (Rotation um die x-Achse).....	233
11.5 Das Volumen eines Körpers mit bekannter Querschnittsfläche.....	237
11.6 Verwendung von Taschenrechnern mit CAS.....	239
11.7 Übungen	240
Lösungen.....	251
2. Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle	251
3. Die Ableitungsfunktion f' einer Funktion f	255
4. Ableitungsregeln	259
5. Geometrische Anwendungen der Ableitung	266
6. Funktionsuntersuchungen mithilfe von Ableitungen.....	270
7. Interpolation mit Ableitungen	277
8. Extremalaufgaben	281
9. Der Weg zum bestimmten Integral.....	284
10. Einfachere Berechnung von bestimmten Integralen	286
11. Einige Anwendungen des bestimmten Integrals	291
Quellenverzeichnis.....	295
Stichwortverzeichnis.....	297

Zwei Buchreihen: Analysis A–C und Analysis 1–7

Nach Fertigstellung aller Bände bieten wir zwei Buchreihen über Analysis an: in 3 Bänden (Analysis A–C) und in 7 Bänden (Analysis 1–7).

Wesentliche Merkmale der Bücher beider Reihen

- Thema: Grundlagen der Analysis und einige ihrer Anwendungen,
- ausführliche Erläuterungen in klarer Sprache,
- viele Illustrationen,
- viele genau vorgerechnete Beispiele,
- Hunderte von Übungsaufgaben – auch für Computer-Algebra-Systeme – zur Festigung des Lernstoffs, viele mit ihren Lösungen,
- geeignet sowohl als Lehrmittel im Unterricht als auch für das Selbststudium.

Für wen sind diese Bücher geschrieben?

Die Bücher beider Reihen wenden sich an Studierende an Gymnasien, technischen Fachschulen usw. und an alle,

- denen es im Unterricht zu schnell vorwärts ging und die deshalb den Stoff noch einmal in Ruhe und anhand vieler Beispiele erklärt haben möchten;
- die sich anhand einfacher Aufgaben mit dem Stoff vertraut machen möchten;
- die sich anhand anspruchsvollerer Aufgaben ein besseres Verständnis aneignen möchten;
- die sich auf ein Hochschulstudium vorbereiten möchten, bei dem Kenntnisse in Analysis vorausgesetzt werden.

Unterschiede zwischen den beiden Buchreihen

Analysis A–C	Analysis 1–7
Behandelt den Stoff von Grundkursen.	Behandelt auch weiterführenden Stoff und zusätzliche Anwendungen. Einige Themen werden genauer behandelt.
Bereitet auf ein Hochschulstudium vor, bei dem <i>solide Grundkenntnisse</i> in Analysis vorausgesetzt werden.	Bereitet auf ein Hochschulstudium vor, bei dem <i>vertiefte Kenntnisse</i> in Analysis von Vorteil sind.
Einige Sätze werden bewiesen. Für fehlende Beweise wird nach Möglichkeit auf die Buchreihe Analysis 1–7 verwiesen.	Fast alle Sätze werden bewiesen; nur auf ein paar allzu schwierige Beweise wird verzichtet.

Die Kapitel aller Bände im Überblick

Themen	Umfassend behandelt und ausführlich erklärt in Band ...	Das Wichtigste behandelt und ausführlich erklärt in Band ...
Funktionen und ihre Grundeigenschaften <ol style="list-style-type: none"> 1. Grundlagen 2. Funktionen – ein erster Überblick 3. Funktionen, deren Graph eine Gerade ist 4. Die Grundfunktionen und ihre Eigenschaften 5. Aus bekannten Funktionen neue konstruieren 6. Wo treten in der Praxis welche Funktionstypen auf? 7. Interpolation und Extrapolation 8. Polynome und Polynomfunktionen 	Analysis 1	Analysis A
Folgen, Grenzwerte, Reihen <ol style="list-style-type: none"> 9. Folgen 10. Ergänzung: Anwendungen von Folgen 11. Ergänzung: Vollständige Induktion 12. Der Grenzwert einer Folge 13. Reihen 14. Ergänzung: Rechenregeln für Grenzwerte von Folgen 	Analysis 2	Analysis B
Grenzwerte bei Funktionen, Stetigkeit <ol style="list-style-type: none"> 15. Grenzwerte bei Funktionen I 16. Grenzwerte bei Funktionen II 17. Ergänzung: Funktionsuntersuchung mit Grenzwerten 18. Ergänzung: Stetigkeit und Unstetigkeit von Funktionen 	Analysis 3	
Differentialrechnung 1 <ol style="list-style-type: none"> 19. Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle ✓ 20. Die Ableitungsfunktion f' einer Funktion f ✓ 21. Ableitungsregeln ✓ 22. Geometrische Anwendungen der Ableitung ✓ 23. Funktionsuntersuchungen mithilfe von Ableitungen ✓ 24. Interpolation mithilfe von Ableitungen ✓ 25. Extremalaufgaben ✓ 	Analysis 4	
Integralrechnung 1 <ol style="list-style-type: none"> 26. Der Weg zum bestimmten Integral ✓ 27. Einfachere Berechnung von bestimmten Integralen ✓ 28. Einige Anwendungen des bestimmten Integrals ✓ 29. Ergänzung: Welche Funktionen sind integrierbar? ✓ 	Analysis 5	
Integralrechnung 2 <ol style="list-style-type: none"> 30. Ergänzung: Uneigentliche Integrale ✓ 31. Ergänzung: Integrationsmethoden ✓ 32. Ergänzung: Riemann-Summen, weitere Anwendungen ✓ 	Analysis 6	
Differentialrechnung 2, Differentialgleichungen <ol style="list-style-type: none"> 33. Ergänzung: Berechnung unbestimmter Ausdrücke ✓ 34. Ergänzung: Potenzreihen ✓ 35. Ergänzung: Regression ✓ 36. Ergänzung: Was ist eine Differentialgleichung? ✓ 37. Ergänzung: Differentialgleichungen lösen ✓ 	Analysis 7	