2. Funktionen – ein erster Überblick

B. Aufgaben zum Grundstoff

Grundlegendes über Funktionen

1. a) Ja: Zu jeder Seitenlänge s gibt es genau eine Fläche A; $A(s) = s^2$ bzw. $f: s \mapsto s^2$.
   b) Ja: Zu jeder Fläche A gibt es genau eine Seitenlänge s; $s(A) = \sqrt{A}$ bzw. $f: A \mapsto \sqrt{A}$.
   c) Ja: Durch D ist die Grösse des Würfels und damit auch seine Oberfläche eindeutig bestimmt. Daher gibt es zu jeder Raumdiagonalen D genau eine Oberfläche S.
   d) Ja: Durch S ist die Grösse des Würfels und damit auch seine Raumdiagonale D eindeutig bestimmt. Daher gibt es zu jeder Oberfläche S genau eine Raumdiagonale D.
   e) Ja: Zu jedem Zeitpunkt t hat der Körper einer Patientin an einer bestimmten Stelle genau eine Temperatur T.
   f) Nein: Es ist möglich, dass die Körpertemperatur T zu verschiedenen Zeitpunkten t gleich ist.
2. a) $p(10)=4$, $p(15)=6$, $p(20)=8$
   b) $p(10'006'721)=644'999$; wenn es noch genauer sein soll, geben Sie zusätzlich an: $p(10'006'720)=644'998$. Damit ist klar, dass 10'006'721 selber prim ist.
3. a) f, g und h sind Funktionen, denn zu jedem Wert von x gibt es genau einen Wert y.
   b) f, g und h sind Funktionen, denn zu jedem Wert von x gibt es genau einen Wert y.
   c) f und g sind Funktionen, h ist keine, denn h ordnet der Zahl $x=3$ unendlich viele y-Werte zu.
   d) f ist eine Funktion, g und h sind es nicht; g ordnet den Zahlen $x \in (-2.5, 2.5)$ jeweils 2 y-Werte zu, und h ordnet den x-Werten –5, –3, –1, 1, 3, 5 jeweils unendlich viele y-Werte zu.
4. a) ablesen bei Figur a): $f(-2)=4$, $g(4)=0$, $h(0)=-3$, $h(1)=-3$
   b) ablesen bei Figur b): $f(2)=0$, $f(4)=3$, $h(-5)=-2$, $h(-2)=0$
   c) ablesen bei Figur c): $f(-4)=4$, $f(2)=1$, $g(-4)=4$, h ist keine Funktion
   d) ablesen bei Figur d): $f(3)\approx 4.2$, g ist keine Funktion, $h(-4)=-4$, $h(0)=-3$, h(3) ist nicht eindeutig festgelegt, weshalb h insgesamt keine Funktion ist.
5. a) $x=-4$, $x=0$, $x \in \mathbb{R}$ beliebig, kein x-Wert
   b) $x=0$, $x=0$, $x \in \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ oder auch $x \in \{\ldots, -4, -2, 0, 2, 4, \ldots\}$, $x=2$
   c) $x \in \{-2, 2\}$, $x=-1$, $x \in \{-4, 0\}$, $x \in [-4, 0]$

Graphen von Funktionen zeichnen

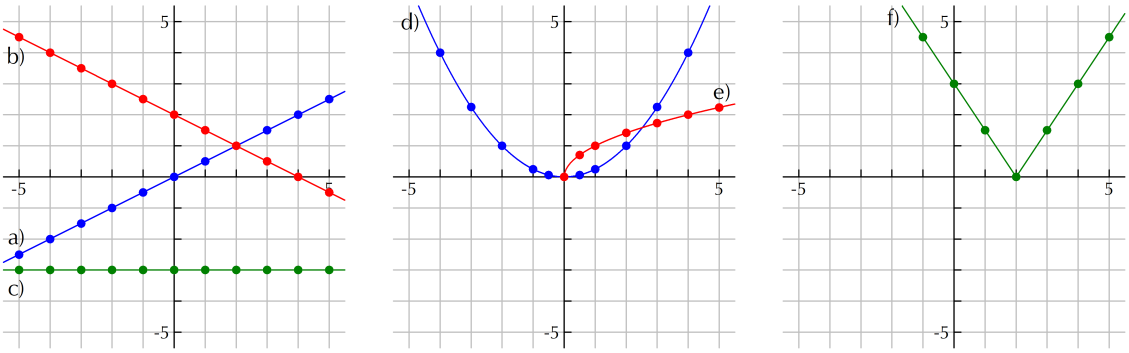
6. Für die Berechnung der Wertetabelle können jeweils auch andere x-Werte verwendet werden. Insbesondere bei d) und e) ist es zweckmässig, für weitere x-Werte in der Nähe von $x=0$ den Funktionswert f(x) zu berechnen.

	x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
a)	f(x)	–2.5	–2	–1.5	–1	–0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
b)	f(x)	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0	–0.5
c)	f(x)	–3	–3	–3	–3	–3	–3	–3	–3	–3	–3	–3
d)	f(x)	6.25	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	6.25
e)	f(x)	nicht definiert					0	1	1.41	1.73	2	2.24
f)	f(x)	10.5	9	7.5	6	4.5	3	1.5	0	1.5	3	4.5

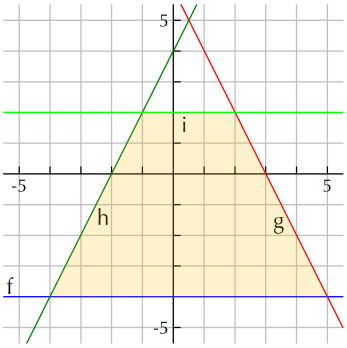
Bei e) sind die nicht-ganzzahligen Funktionswerte gerundet.

© Pythagoras Lehrmittel

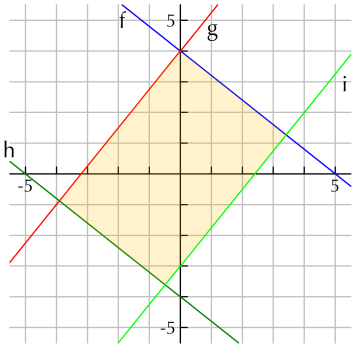
Graphen der Funktionen



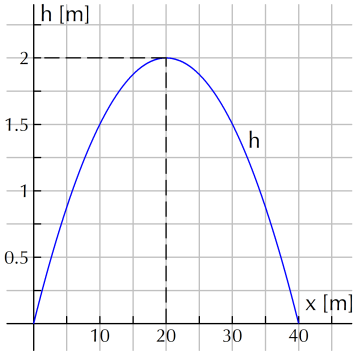
7. a) gleichschenkliges Trapez



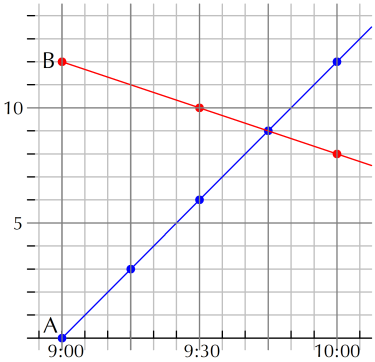
b) Rechteck



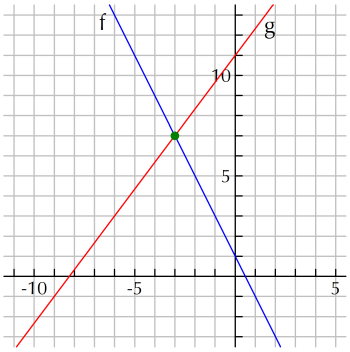
8. aus der Distanz von x=20 m, denn der Ball erreicht die Höhe vom h=2.00 m nach x=20 m



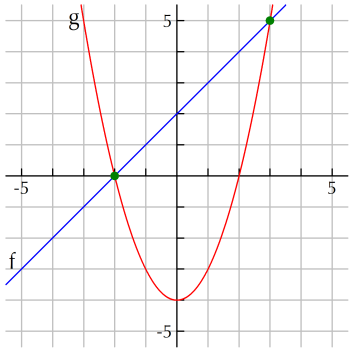
9. um 9:45 Uhr 9 km von A entfernt



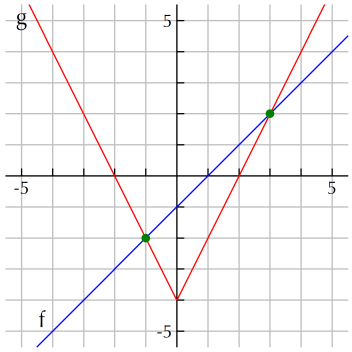
10. a) S(–3, 7)



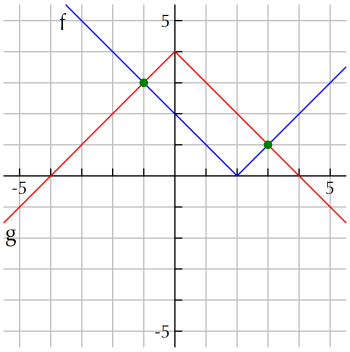
b) $S_1(-2, 0)$, $S_2(3, 5)$



c) $S_1(-1, -2)$, $S_2(3, 2)$



d) $S_1(-1, 3)$, $S_2(3, 1)$



Lage von Punkten

11. a) nein b) ja

12.

	$f: x \mapsto x+1$	$g: x \mapsto 2x-4$	$h: x \mapsto -3$	$i: x \mapsto \frac{1}{2}x^2-2$
a) A(2, 0)	unterhalb	auf	oberhalb	auf
b) B(0, –2)	unterhalb	oberhalb	oberhalb	auf
c) C(–1, –3)	unterhalb	oberhalb	auf	unterhalb
d) D(5, 6)	auf	auf	oberhalb	unterhalb
e) E(π, 3)	unterhalb	oberhalb	oberhalb	oberhalb

13. a)

x			0	0.5	1.5		6	8
y=f(x)	–1.5	–1				1		

b)

x		0.0625	1	2.25	3.0625		9	12.25
y=g(x)	–1					1		

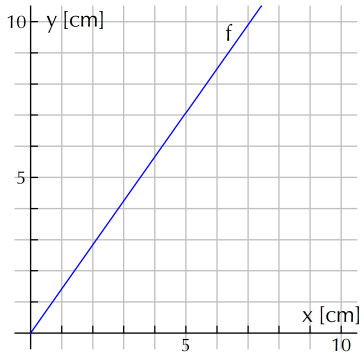
14. u=5, v=83

15. a) a=0.7 b) $b=\frac{1}{8}$

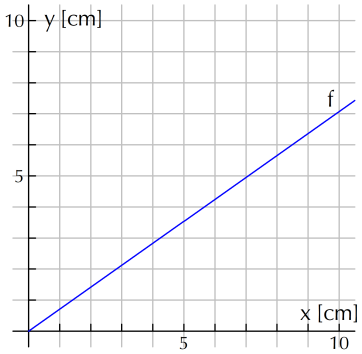
Graphen von Funktionen zeichnen und die Funktionsvorschrift bestimmen

Die x-Werte sind bei vielen Beispielen frei gewählt. Deshalb ist es möglich, dass Ihr Graph mit den als Lösung angegebenen Graphen nicht *genau* übereinstimmt. Hingegen muss ihr Graph *qualitativ* gut mit den Lösungsgraphen übereinstimmen: Wenn der Lösungsgraph eine Gerade ist, darf Ihr Graph keine gebogene Linie sein; wenn der Lösungsgraph von links nach rechts steigt, muss Ihr Graph ebenfalls von links nach rechts steigen usw.

16. $f: x \mapsto x\sqrt{2}$ bzw. $y(x) = x\sqrt{2}$

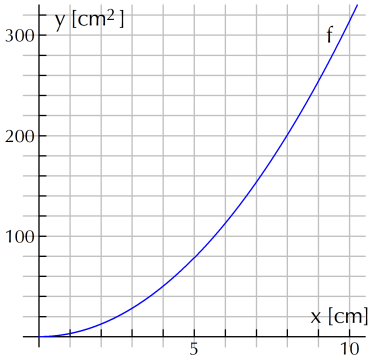


17. $f: x \mapsto \frac{x}{\sqrt{2}}$ bzw. $y(x) = \frac{x}{\sqrt{2}}$

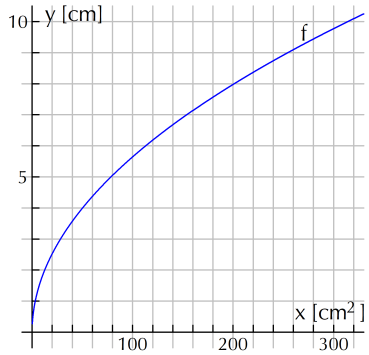


© Pythagoras Lehrmittel

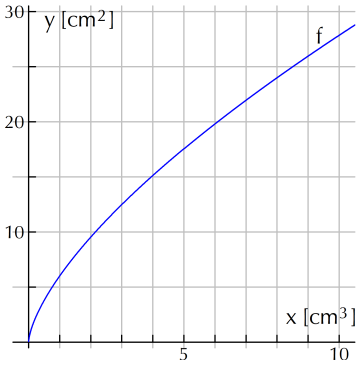
18. $f: x \mapsto \pi \cdot x^2$ bzw. $y(x) = \pi \cdot x^2$



19. $f: x \mapsto \sqrt{\frac{x}{\pi}}$ bzw. $y(x) = \sqrt{\frac{x}{\pi}}$



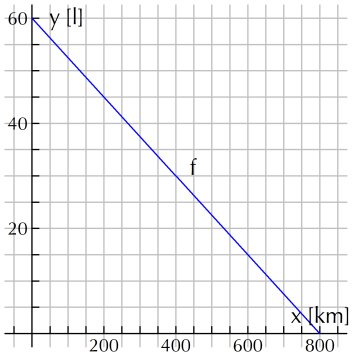
20. $f: x \mapsto 6 \cdot \sqrt[3]{x}^2$ bzw. $y(x) = 6 \cdot \sqrt[3]{x}^2$



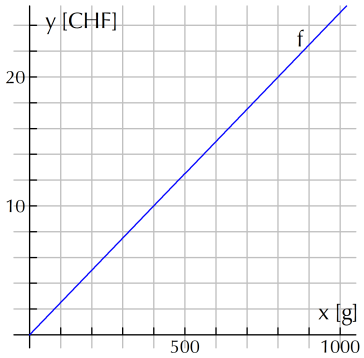
21. Es gibt keine einfache Formel.
Generell wird die Temperatur vom kältesten Moment in tiefer Nacht bis zum wärmsten Moment am frühen Nachmittag ansteigen und dann wieder fallen. Dabei spielen aber viele Faktoren eine Rolle, z. B.: Wohnen Sie in einer weiten Ebene oder in einem engen Bergtal? Gibt es Wolken am Himmel, und nimmt die Bewölkung während des Tages zu oder ab? Gibt es ein kühlendes Gewitter?

22. $f: x \mapsto 60 - 7.5\frac{x}{100}$ bzw.

$y(x) = 60 - 7.5\frac{x}{100}$



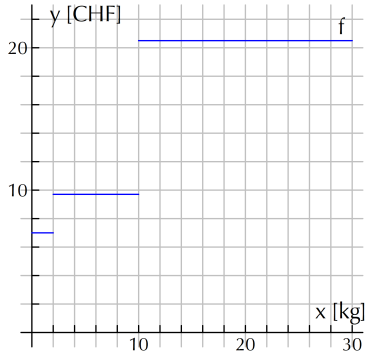
23. $f: x \mapsto 2.5 \cdot \frac{x}{100} = \frac{x}{40}$ bzw. $f(x) = \frac{x}{40}$



24. Es gibt keine einfache Formel. Theophils Puls dürfte von seinen Gefühlen abhängen, welche vor dem ersten Date und beim ersten Date ziemlich schwanken dürften: Jedes Klingeln seines Handys könnte Elviras Absage bedeuten, jede noch so kleine unangekündigte Verspätung könnte bedeuten, dass Elvira ihn versetzt. Auch die Erleichterung und die Freude darüber, dass Elvira mit kleiner Verspätung doch noch eintrifft, jagen Theophils Puls in die Höhe. Und erst recht Theophils Entdeckung, dass sich seine ahnungslose Schwester am Alpkäse bereits gütlich getan hat…

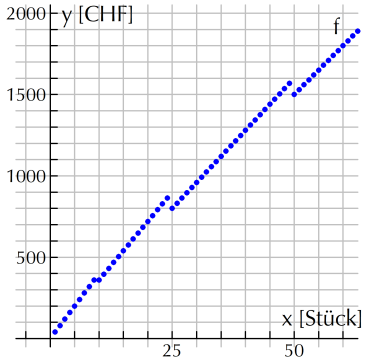
25. $f: x \mapsto \begin{cases} 7, \text{ falls } 0 \le x \le 2, \\ 9.70, \text{ falls } 2 < x \le 10, \\ 20.50, \text{ falls } 10 < x \le 30 \end{cases}$

bzw. $f(x) = \begin{cases} 7, \text{ falls } 0 \le x \le 2, \\ 9.70, \text{ falls } 2 < x \le 10, \\ 20.50, \text{ falls } 10 < x \le 30 \end{cases}$



26. a) $f: x \mapsto \begin{cases} 40x, \text{ falls } 1 \le x \le 9, \\ 36x, \text{ falls } 10 \le x \le 24, \\ 32x, \text{ falls } 24 < x \le 49, \\ 30x, \text{ falls } x \ge 50 \end{cases}$

bzw. $f(x) = \begin{cases} 40x, \text{ falls } 1 \le x \le 9, \\ 36x, \text{ falls } 10 \le x \le 24, \\ 32x, \text{ falls } 24 < x \le 49, \\ 30x, \text{ falls } x \ge 50 \end{cases}$



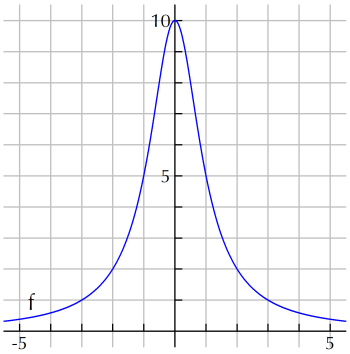
Streng genommen besteht der Graph nur aus einzelnen Punkten. Denn es ist nicht möglich, 17.36 Stück zu kaufen.

b) 9 Stück kosten gleich viel wie 10; 23 und 24 Stück kosten mehr als 25; 47, 48 und 49 Stück kosten mehr als 50.

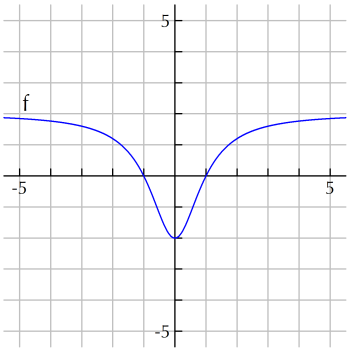
C. Anspruchsvollere Aufgaben zum Grundstoff

Graphen von Funktionen zeichnen

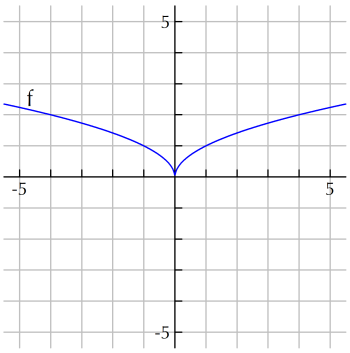
1. a)



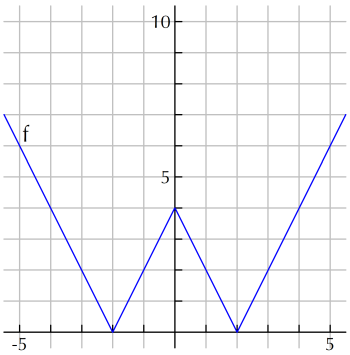
b)



c)

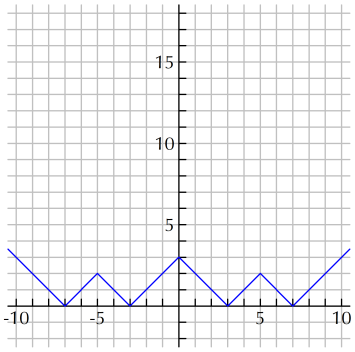


d)

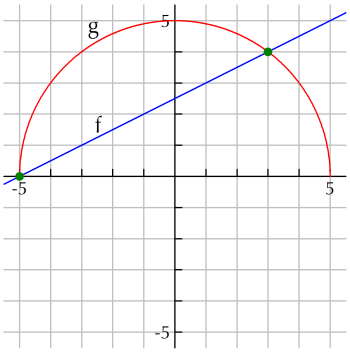


© Pythagoras Lehrmittel

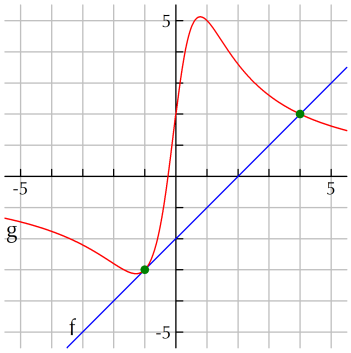
e)



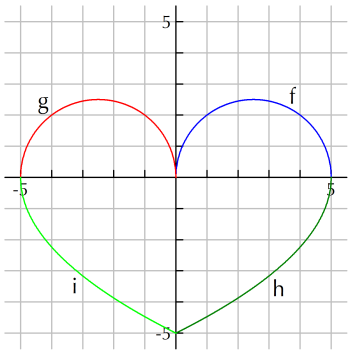
2. a) $S_1(-5, 0)$, $S_2(3, 4)$



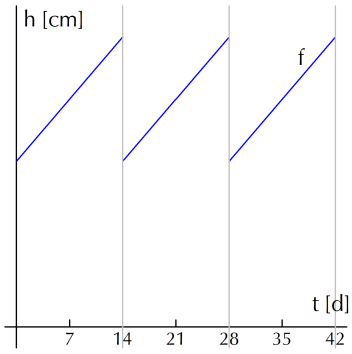
b) $S_1(-1, -3)$, $S_2(4, 2)$



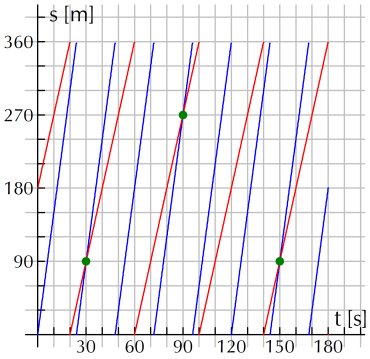
3.



4. Jeweils an den Mähtagen wird der Rasen auf die durch den Rasenmäher bestimmte Höhe gestutzt.

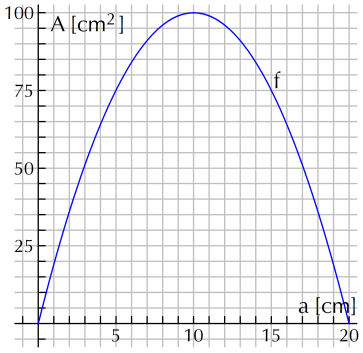


5. nach 30 Sekunden bei 90 m,
nach 90 Sekunden bei 270 m,
und nach 150 s bei 90 m



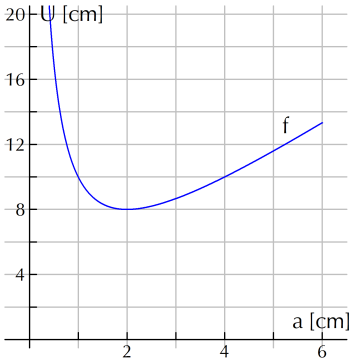
Graphen von Funktionen zeichnen und die Funktionsvorschrift bestimmen

6. a) $A(a) = a(20 - a)$ bzw.
$f: a \mapsto a(20 - a)$

b)


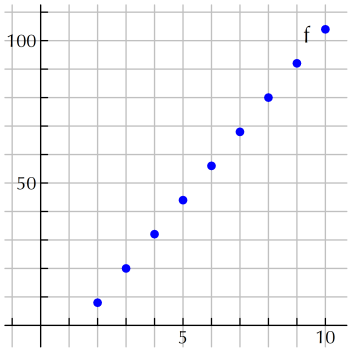
7. a) $U(a) = 2\left(a + \frac{4}{a}\right)$ bzw.

$f: a \mapsto 2\left(a + \frac{4}{a}\right)$

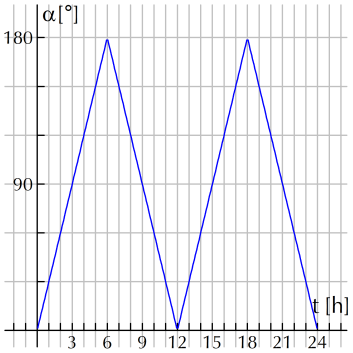
b)


8. a) 20 Kugeln

b) Wenn n um 1 zunimmt, bekommt jede der 12 Würfelkanten eine zusätzliche Kugel; s nimmt also um 12 zu.
$f: n \mapsto 12n - 16$

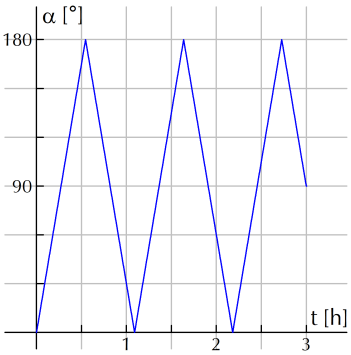
c)


Der Graph besteht aus 9 Punkten.

9. a)


b) Es gibt diverse Möglichkeiten, z. B.

$$f: t \mapsto \begin{cases} 30t \text{ für } t \in [0, 6), \\ 360 - 30t \text{ für } t \in [6, 12), \\ -360 + 30t \text{ für } t \in [12, 18), \\ 720 - 30t \text{ für } t \in [12, 24]. \end{cases}$$

10.


© Pythagoras Lehrmittel