

Vorwort

Wozu dieses Buch?

Dies ist Band 7 der sieben Bände umfassenden Buchreihe Analysis 1–7. In diesem Buch werden einige Anwendungen der Differentialrechnung sowie die Grundlagen der Differentialgleichungen klar und ausführlich erklärt.

Ziele und Grundsätze

- Die Erklärungen sind möglichst einfach, gehen jedoch nicht zulasten der mathematischen Sorgfalt. Mit den Worten von Albert Einstein: „So einfach wie möglich, aber nicht einfacher.“
Deshalb werden wichtige neue Begriffe zuerst an Beispielen illustriert und verständlich gemacht – und erst dann sorgfältig definiert. Deshalb werden viele mathematische Sätze zuerst plausibel gemacht und erläutert – und erst dann sorgfältig formuliert und bewiesen. Auf ein paar wenige allzu schwierige Beweise wird jedoch verzichtet.
- Der behandelte Stoff ist in Grund- und Ergänzungsstoff unterteilt. Der Grundstoff ist für das Verständnis der nachfolgenden Kapitel wichtig und sollte daher studiert werden. Als Ergänzung gekennzeichnete Kapitel und Abschnitte können weggelassen werden, ohne dass dadurch der rote Faden verloren geht. Als Ergänzung werden oft weiterführende Themen – z. B. für Leistungskurse – oder Anwendungen des behandelten Stoffs in verschiedenen Fachgebieten vorgestellt. Aufgaben zum Grundstoff setzen nur den Grundstoff des jeweiligen oder eines früheren Kapitels voraus, Aufgaben zum Ergänzungsstoff zusätzlich Ergänzungen des jeweiligen oder eines früheren Kapitels.
- Es werden Hinweise zum Einsatz von Taschenrechnern mit einem Computer-Algebra-System (CAS) gegeben, und zwar anhand von Nspire™ CX CAS von Texas Instruments. Dieses CAS ist ebenfalls auf Windows-PCs, Macs und iPads lauffähig. Man kann dieses Buch jedoch auch problemlos durcharbeiten, wenn man kein CAS zur Hand hat.
- Dieser Band enthält über 400 Aufgaben und Teilaufgaben von unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad. Sie sind in der Regel folgendermassen gegliedert:
 - Theoriefragen, deren Antworten im Text des jeweiligen Kapitels stehen.
 - Einfachere und anspruchsvollere Aufgaben zum Grundstoff und zum Ergänzungsstoff; die Lösungen sind am Schluss dieses Bandes aufgeführt.
 - Aufgaben für Freaks, welche oft sehr anspruchsvoll sind und weit über das Thema hinausführen können. Manche Aufgaben sind Ideen für Projekte und grössere Arbeiten. Zu diesen Aufgaben sind nur ausnahmsweise die Lösungen angegeben.
 - Bei manchen Aufgaben wird der Einsatz eines CAS empfohlen. Diese Empfehlung ist nicht zwingend; im Einzelfall entscheidet die jeweilige Lehrerin, der jeweilige Lehrer darüber, welche Hilfsmittel zugelassen sind.

Mathematische Vorkenntnisse

In diesem Band wird als bekannt vorausgesetzt:

- aus der Mengenlehre: die Kenntnis der Symbole \in , \notin , \subset , $\not\subset$, \cup , \cap und \setminus ;
- aus der Algebra: das Rechnen mit „Buchstaben“ auch bei Brüchen, der Betrag einer Zahl, der Umgang mit einfachen Ungleichungen, das Faktorisieren, das Lösen von quadratischen Gleichungen und von linearen Gleichungssystemen, die Potenzgesetze sowie die Logarithmen und ihre Gesetze;

- aus der Geometrie: das Koordinatensystem mit x- und y-Achse, grundlegende Berechnungen von Flächen- und Rauminhalten, Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck mithilfe der Winkelfunktionen \sin , \cos und \tan sowie die Kenntnis des Bogenmasses, des in der Analysis standardmässig verwendeten Winkelmasses;
- der Stoff der Bände *Analysis 1*, *Analysis 2*, *Analysis 3*, *Analysis 4*, *Analysis 5* und *Analysis 6*; einen Überblick finden Sie auf den Seiten 6 und 7.

Verweise und Symbole im Text

In der Mathematik baut eines auf dem andern auf. Deshalb wird im Text oft auf eine andere Stelle im Werk verwiesen.

- 36.1, 36.2, 36.3, ... bezeichnet die Abschnitte in Kapitel 36.
- 36.4.1, 36.4.2, 36.4.3, ... bezeichnet die Definitionen, Sätze, Beispiele, ... in Abschnitt 36.4.
- [36.1], [36.2], [36.3], ... bezeichnet Formeln in Kapitel 36.
- Das Symbol ■ steht am Ende eines Beweises, das Symbol ♦ am Ende eines Beispiels.

Dank

Ein herzliches Dankeschön geht an alle, die mich in irgendeiner Form unterstützt haben. Prof. Dr. Hans Kummer stand mir bei einigen kniffligen Stellen mit seinem enormen mathematischen Fachwissen zur Seite. Dr. Jan-Peter Trepp korrigierte den Text in mathematischer Hinsicht, kontrollierte jede Zeile und löste jede Aufgabe – eine enorme Leistung! Dank seiner grossen praktischen Erfahrung, die weit über die Mittelschulmathematik hinausgeht, konnte er auch bei vielen Anwendungen wertvolle Tipps geben. Jakob Spälti korrigierte den Text in sprachlicher Hinsicht.

Meine Vorgesetzten an den Kantonsschulen in Glarus GL und Bülach ZH schufen die Rahmenbedingungen, dass dieses Werk überhaupt entstehen konnte.

Wertvolle Hinweise und Anregungen erhielt ich von den Mathematikern Prof. Dr. Ernst Gutknecht, Urs Hauser, Prof. Dr. Thomas Heim, Dr. Herbert Hunziker und Stefan Raimondi.

Ich hoffe auf eine wohlwollende Aufnahme dieses Buches und freue mich über jede konstruktive Kritik.

Bülach, Ende 2019

Beat Eicke