

## Vorwort

### Wozu dieses Buch?

Dies ist Band 3 der sieben Bände umfassenden Buchreihe Analysis 1–7. In diesem Buch wird klar und ausführlich erklärt, was Grenzwerte bei Funktionen sind, wie sie bestimmt werden und wie sie genutzt werden – z. B. für die Untersuchung der Stetigkeit von Funktionen.

### Ziele und Grundsätze

- Die Erklärungen sind möglichst einfach, gehen jedoch nicht zulasten der mathematischen Sorgfalt. Mit den Worten von Albert Einstein: „So einfach wie möglich, aber nicht einfacher.“  
Deshalb werden wichtige neue Begriffe zuerst an Beispielen illustriert und verständlich gemacht – und erst dann sorgfältig mithilfe der mathematischen Fachsprache definiert. Deshalb werden viele mathematische Sätze zuerst plausibel gemacht und erläutert – und erst dann sorgfältig in der mathematischen Fachsprache formuliert und bewiesen. Auf ein paar wenige allzu schwierige Beweise wird jedoch verzichtet.
- Der behandelte Stoff ist in Grund- und Ergänzungstoff unterteilt. Der Grundstoff ist für das Verständnis der nachfolgenden Kapitel wichtig und sollte daher studiert werden. Als Ergänzung gekennzeichnete Kapitel und Abschnitte können weggelassen werden, ohne dass dadurch der rote Faden verloren geht. Als Ergänzung werden oft weiterführende Themen – z. B. für Leistungskurse – oder Anwendungen des behandelten Stoffs in verschiedenen Fachgebieten vorgestellt. Aufgaben zum Grundstoff setzen nur den Grundstoff des jeweiligen oder eines früheren Kapitels voraus, Aufgaben zum Ergänzungstoff zusätzlich Ergänzungen des jeweiligen oder eines früheren Kapitels.
- Es werden Hinweise zum Einsatz von Taschenrechnern mit einem Computer-Algebra-System (CAS) gegeben, und zwar anhand von Nspire™ CX CAS von Texas Instruments. Dieses CAS ist ebenfalls auf Windows-PCs, Macs und iPads lauffähig. Man kann dieses Buch jedoch auch problemlos durcharbeiten, wenn man kein CAS zur Hand hat.
- Dieser Band enthält über 400 Aufgaben und Teilaufgaben von unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad. Sie sind in der Regel folgendermassen gegliedert:
  - Theoriefragen, deren Antworten im Text des jeweiligen Kapitels stehen.
  - Einfachere und anspruchsvollere Aufgaben zum Grundstoff und zum Ergänzungstoff; die Lösungen sind am Schluss dieses Bandes aufgeführt.
  - Aufgaben für Freaks, welche oft sehr anspruchsvoll sind und weit über das Thema hinausführen können. Manche Aufgaben sind Ideen für Projekte und grössere Arbeiten. Zu diesen Aufgaben sind nur ausnahmsweise die Lösungen angegeben.
  - Bei manchen Aufgaben wird der Einsatz eines CAS empfohlen. Diese Empfehlung ist nicht zwingend; im Einzelfall entscheidet die jeweilige Lehrerin, der jeweilige Lehrer darüber, welche Hilfsmittel zugelassen sind.

### Mathematische Vorkenntnisse

In diesem Band wird als bekannt vorausgesetzt:

- aus der Mengenlehre: die Kenntnis der Symbole  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$ ,  $\not\subset$ ,  $\cup$ ,  $\cap$  und  $\setminus$ ;
- aus der Algebra: das Rechnen mit „Buchstaben“ auch bei Brüchen, der Betrag einer Zahl, der Umgang mit einfachen Gleichungen und Ungleichungen, das Faktorisieren

---

von natürlichen Zahlen und Termen, das Lösen von quadratischen Gleichungen und von linearen Gleichungssystemen, die Potenzgesetze sowie die Logarithmen und ihre Gesetze;

- aus der Geometrie: das Koordinatensystem mit x- und y-Achse, der Satz des Pythagoras, grundlegende Berechnungen von Flächen- und Rauminhalten, Berechnungen mithilfe der Winkelfunktionen  $\sin$ ,  $\cos$  und  $\tan$  sowie die Kenntnis des Bogenmasses, des in der Analysis standardmässig verwendeten Winkelmaßes;
- der Stoff der Bände *Analysis 1* und *Analysis 2*; einen Überblick finden Sie auf den Seiten 6 und 7.

### Verweise und Symbole im Text

In der Mathematik baut eines auf dem andern auf. Deshalb wird im Text oft auf eine andere Stelle im Werk verwiesen.

- 17.1, 17.2, 17.3, ... bezeichnet die Abschnitte in Kapitel 17.
- 17.4.1, 17.4.2, 17.4.3, ... bezeichnet die Definitionen, Sätze, Beispiele, ... in Abschnitt 17.4.
- [17.1], [17.2], [17.3], ... bezeichnet Formeln in Kapitel 17.
- Das Symbol ■ steht am Ende eines Beweises, das Symbol ♦ am Ende eines Beispiels.

### Dank

Ein herzliches Dankeschön geht an alle, die mich in irgendeiner Form unterstützt haben. Prof. Dr. Hans Kummer stand mir bei einigen kniffligen Stellen mit seinem enormen mathematischen Fachwissen zur Seite. Dr. Jan-Peter Trepp korrigierte den Text in mathematischer Hinsicht, kontrollierte jede Zeile und löste jede Aufgabe – eine enorme Leistung! Dank seiner grossen praktischen Erfahrung, die weit über die Mittelschulmathematik hinausgeht, konnte er auch bei vielen Anwendungen wertvolle Tipps geben. Jakob Spälti korrigierte den Text in sprachlicher Hinsicht.

Meine Vorgesetzten an den Kantonsschulen in Glarus GL und Bülach ZH schufen die Rahmenbedingungen, dass dieses Werk überhaupt entstehen konnte.

Wertvolle Hinweise und Anregungen erhielt ich von den Mathematikern Prof. Dr. Ernst Gutknecht, Prof. Dr. Thomas Heim, Dr. Herbert Hunziker, Stefan Raimondi und Othmar Weibel.

Ich hoffe auf eine wohlwollende Aufnahme dieses Buches und freue mich über jede konstruktive Kritik.

Bülach, im Frühling 2022

Beat Eicke